

大规模低轨星座多普勒定位算法

张雨露^{1,2}, 李 桢^{1,2}, 施 闯^{1,2}, 景贵飞^{1,2}

(1. 北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院, 北京 100191;
2. 卫星导航与移动通信融合技术工业和信息化部重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 基于典型的 Starlink 星座构型, 对大规模低轨星座多普勒定位算法展开研究。实验结果表明, 理想条件下低轨星座多普勒单点定位精度可以在 3~6 m。为保证米级的定位精度, 低轨卫星的位置精度和速度精度应为米级每秒或厘米级每秒。C 频段信号受到的电离层误差若不做改正, 将导致定位精度变差 2 m 左右。对流层误差将使得定位结果变差几十米。此外, 使用轨道高度为 550 km 的低轨卫星的多普勒频移定位时, 接收机的初值误差应小于 300 km, 否则部分历元将不能收敛到正确的接收机位置。

关键词: 定位导航授时; 低轨卫星互联网星座; 多普勒定位; 电离层误差; 对流层误差

中图分类号: P228

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-8930.2024009

Doppler Positioning Performance of LEO Mega Constellation

ZHANG Yulu^{1,2}, LI Zhen^{1,2}, SHI Chuang^{1,2}, JING Guifei^{1,2}

1. Research Institute for Frontier Science, Beihang University, Beijing 100191, China
2. Laboratory of Navigation and Communication Fusion Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100191, China

Abstract: This paper proposed a Doppler-only point-solution algorithm and analyzed the Doppler positioning performance based on the Starlink constellation. The Doppler positioning accuracy was about 3~6 m. To achieve the meter-level positioning accuracy, the satellite position and velocity errors should be within several meters and several centimeters per second, respectively. The ionospheric delay rates of C-band signal would cause about 2 m error in Doppler positioning. The positioning error would increase by dozens of meters if there were no corrections for the tropospheric errors. To ensure convergence in the LEO-based Doppler positioning, the initial receiver position error should be less than 300 km when the satellites orbit at an altitude of 550 km.

Keywords: positioning, navigation and timing, broadband LEO constellations, Doppler positioning, ionospheric delay rates, tropospheric delay rates

0 引言

相比于中高轨道上的卫星, 低地球轨道 (Low Earth Orbit, LEO) 卫星的运行轨道更低、对地运行速度更快、通信时延更短, 有望向全球用户提供低成本、低时延的互联网服务^[1-2]。近年来, 世界各航天大国都已经开始规划和部署自己的低轨通信星座, 如美国太空探索技术公司

(SpaceX) 的星链 (Starlink)、英国的一网 (OneWeb)。这些低轨星座运营商计划部署成千上万颗卫星向全球用户提供无缝覆盖的卫星互联网服务, 部分还将兼有导航增强、空间气象监视等更丰富的业务^[1,3-5]。低轨卫星具有信号落地功率大、对地运动速度快、多普勒频移大等优势, 在弥补全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 信号脆弱性上有天然优势, 有望在室内、城市峡

收稿日期: 2023-07-01; 修回日期: 2024-01-20

通信作者: 景贵飞, guifeijing@buaa.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 41931075, No.42204033); 中央高校基本科研业务费项目 (YWF-23-JC-12)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No. 41931075, No.42204033), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (YWF-23-JC-12)

谷和茂密森林等 GNSS 拒止环境下提供定位导航授时 (Positioning, Navigation and Timing, PNT) 服务。

现阶段利用互联网卫星提供 PNT 服务的途径主要为辅助增强 GNSS 和单独提供 PNT 服务。在辅助增强 GNSS 方面, 低轨卫星可以联合中高轨道卫星实现联合定轨, 显著提高 GNSS 卫星的定轨精度^[6]; 低轨星座的通信链路可以播发差分改正、完好性监测等增强信息, 提高 GNSS 的服务性能^[7], 还可以用来提高快速精密定位的收敛速度, 明显缩短收敛时间^[8]。在利用低轨星座独立提供 PNT 服务方面, 可以通过改造星上时频、波束和功率等资源, 播发独立的导航测距信号, 如美国 Satellites 公司通过改造部分时频资源, 在铱星二代 (Iridium Next) 系统上提供卫星授时与定位 (Satellites Time and Location, STL) 服务^[9]; 也可以直接接收低轨卫星的通信信号, 以机会信号 (Signal of Opportunity, SOP) 导航的方式提供定位服务^[10]。

得益于低轨卫星对地运动速度快、地面接收信号的多普勒频移大且易测量的特点, 利用低轨卫星提供 PNT 服务的研究大都集中于利用多普勒测量信息。早在 1962 年, 美国海军的子午仪 (Transit) 系统就提出了使用低轨卫星的多普勒观测信息进行定位^[11]。子午仪系统由多颗运行在轨道高度约为 1 100 km 的极轨卫星组成。地面接收机单星定位精度在 100~200 m, 使用双频信号 (150 MHz 和 400 MHz) 消除电离层误差后定位精度可达 50 m。累积 8 h 的观测后, 间隔 250 km 的两个同步观测站的相对定位精度可达分米级^[12]。随着中高轨 GNSS 伪距和载波相位定位技术的发展和成熟, 多普勒观测值主要用来测速、定轨等^[13-14]。

近年来随着低轨星座的发展, 多普勒定位重焕新生。国内外学者基于 Iridium Next、轨道通信 (Orbcomm)、全球星 (Globalstar) 和星链 (Starlink) 星座陆续提出了低轨卫星信号的捕获和跟踪、多普勒频移测量和多普勒定位算法^[10,15-17]。Khalife 等^[18]提出了接收机设计方案, 并成功捕获、跟踪和提取到 Orbcomm 卫星信号的多普勒 (伪距变化率) 信息, 在高程辅助的情况下, 1 min 内二维定位精度优于 360 m。Farhangian 等^[19]设计了多星座软件定义接收机, 通过测量 Orbcomm 和 Iridium Next 卫星信号的多普勒频移, 实现了优于 200 m 的定位精度。2021 年, Neinavaie 等^[20]观测弧段 (约 800 s) 内 6 颗 Starlink 卫星信号的多普勒频移, 并补偿了部分轨道误差, 在高程辅助下接收机的三维定位精度为 22.9 m, 水平定位精度为 10 m。

当前大部分研究中存在以下几个问题: 卫星的轨道信息往往通过两行轨道根数 (Two-Line Element, TLE) 和简

化常规摄动 4 (Simplified General Perturbations 4, SGP4) 传播模型得到, 当 TLE 文件不能及时更新时, 卫星的位置误差和速度误差将高达几千米和几米每秒^[21]。单星或双星多历元观测的定位算法中, 为了简化问题, 常认为接收机和卫星的钟漂在观测弧段内为常数, 并将接收机和每颗卫星的钟漂之差作为整体去估计^[10,18], 忽略了电离层和对流层误差对多普勒测量和定位的影响^[10,18,20]。以上这些误差在低轨卫星多普勒定位中并不能忽略, 反而需要仔细考虑和分析^[22]。

针对上述问题, 本文首先从多普勒和伪距观测之间的关系出发, 基于伪距观测方程推导得到了由伪距率表示的多普勒观测方程。随后, 类比标准单点定位 (Standard Point Positioning, SPP) 和精密单点定位 (Precise Point Positioning, PPP), 提出了组合多颗卫星的观测并精确改正各项误差的多普勒单点定位算法, 并考虑了电离层、对流层、相对论效应、萨格纳克 (Sagnac) 效应等误差项的影响。最后, 结合大规模低轨互联网星座仿真数据, 详细分析了多普勒定位性能及不同定位误差源对定位性能的影响。

1 多普勒定位算法

1.1 多普勒观测方程

多普勒频移指的是接收机接收到的卫星信号频率和卫星发射信号频率之间的差值, 通常表示为^[23]

$$D = f_R - f_T = -\frac{v_{\text{los}}}{c} \cdot f_T = -\frac{\dot{\rho}}{\lambda_{f_T}} \quad (1)$$

其中, f_R 和 f_T 分别是接收信号频率和发射信号频率; c 是真空中光速; λ_{f_T} 是发射信号波长 (单位为 m); D 是多普勒频移, 单位为 Hz。当卫星和接收机相互靠近时, 接收机收到的信号频率大于发射信号频率, 多普勒频移为正; 反之, 当卫星远离接收机时, 多普勒频移为负。 v_{los} 是卫星和接收机视线方向上的相对速度, 等效于伪距变化率 $\dot{\rho}$ 。因此, 多普勒观测方程可由伪距观测方程求导得到, 包含误差项的伪距观测方程为

$$P_r^s = \|\mathbf{p}^s - \mathbf{p}_r\| + c \cdot (\delta t_r - \delta t^s) + c \cdot dR_r^s + T_r^s + I_{r,f}^s + dE_r^s + d_r^s + \varepsilon_p \quad (2)$$

其中, 上标 s 表示卫星, 下标 r 表示接收机; $\mathbf{p}$ 和 δt 分别代表位置和钟差; dR_r^s 是相对论效应在卫星钟上产生的影响; T_r^s 和 $I_{r,f}^s$ 分别是对流层和电离层延迟; dE_r^s 是由地球自转引起的萨格纳克 (Sagnac) 效应; ε_p 是包含未建模误差在内的伪距测量噪声。

对式(2)求导可得多普勒(伪距率)观测方程为

$$-\lambda_{f_r} \cdot D_r^s = \dot{p}_r^s = (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}_r) \cdot \frac{\mathbf{p}^s - \mathbf{p}_r}{\|\mathbf{p}^s - \mathbf{p}_r\|} + c \cdot (\delta \dot{\mathbf{t}}_r - \delta \dot{\mathbf{t}}^s) + c \cdot d\dot{R}_r^s + \dot{I}_r^s + \dot{I}_{r,f}^s + d\dot{E}_r^s + \varepsilon_{\dot{\rho}} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{v}^s$ 和 $\mathbf{v}_r$ 分别表示卫星和接收机的速度; $\delta \dot{\mathbf{t}}_r$ 和 $\delta \dot{\mathbf{t}}^s$ 分别是接收机和卫星的钟漂; $\dot{I}_r^s$ 和 $\dot{I}_{r,f}^s$ 分别是对流层和电离层延迟变化率, 单位为米每秒; $\varepsilon_{\dot{\rho}}$ 是包含未建模误差在内的伪距率测量噪声; $d\dot{R}_r^s$ 和 $d\dot{R}_r^s$ 分别为^[24]

$$d\dot{R}_r^s = \frac{-2}{c^2} (\mathbf{p}^s \cdot \mathbf{v}^s) \quad (4)$$

$$d\dot{R}_r^s = \frac{-2}{c^2} (\dot{\mathbf{p}}^s \cdot \mathbf{v}^s + \mathbf{p}^s \cdot \dot{\mathbf{v}}^s) \quad (5)$$

$d\dot{E}_r^s$ 和 $d\dot{E}_r^s$ 分别可表示为^[25]

$$d\dot{E}_r^s = \frac{w_e}{c} (\mathbf{x}^s \cdot \mathbf{y}_r - \mathbf{y}^s \cdot \mathbf{x}_r) \quad (6)$$

$$d\dot{E}_r^s = \frac{w_e}{c} (\mathbf{v}_x^s \cdot \mathbf{y}_r + \mathbf{v}_y^s \cdot \mathbf{x}_r - \mathbf{v}_y^s \cdot \mathbf{x}_r - \mathbf{v}_x^s \cdot \mathbf{y}_r) \quad (7)$$

其中, w_e 是地球自转角速度; $\mathbf{p}^s = [\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{z}^s]^T$ 和 $\mathbf{p}_r = [\mathbf{x}_r, \mathbf{y}_r, \mathbf{z}_r]^T$ 分别是卫星和接收机的位置; $\mathbf{v}^s = [\mathbf{v}_x^s, \mathbf{v}_y^s, \mathbf{v}_z^s]^T$ 和 $\mathbf{v}_r = [\mathbf{v}_{x_r}, \mathbf{v}_{y_r}, \mathbf{v}_{z_r}]^T$ 分别是卫星和接收机的速度。

1.2 多普勒单点定位模型

多普勒单点定位指的是利用静止接收机在同一时刻收到的 M 颗卫星的多普勒观测信息, 联合解算得到接收机的位置和钟漂。将式(3)在初值 $\mathbf{X}_0 = [\mathbf{x}_r^0, \mathbf{y}_r^0, \mathbf{z}_r^0, \mathbf{v}_{x_r}^0, \mathbf{v}_{y_r}^0, \mathbf{v}_{z_r}^0, \delta \dot{\mathbf{t}}_{r,0}]^T$ 处展开, 得到

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_i &\approx \dot{\rho}_i^0 + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{x}_r} \cdot \Delta \mathbf{x}_r + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{y}_r} \cdot \Delta \mathbf{y}_r + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{z}_r} \cdot \Delta \mathbf{z}_r + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{x_r}} \cdot \Delta \mathbf{v}_{x_r} + \\ &\frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{y_r}} \cdot \Delta \mathbf{v}_{y_r} + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{z_r}} \cdot \Delta \mathbf{v}_{z_r} + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \delta \dot{\mathbf{t}}_r} \cdot \Delta \delta \dot{\mathbf{t}}_r + \varepsilon_{\dot{\rho}_i} \end{aligned} \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{x}_r} &= \frac{\Delta \mathbf{v}_{x_i}}{\rho_i^0} \cdot (e_{x_i}^2 - 1) + \frac{\Delta \mathbf{v}_{y_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{x_i} \cdot e_{y_i} + \frac{\Delta \mathbf{v}_{z_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{x_i} \cdot e_{z_i} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{y}_r} &= \frac{\Delta \mathbf{v}_{x_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{y_i} \cdot e_{x_i} + \frac{\Delta \mathbf{v}_{y_i}}{\rho_i^0} \cdot (e_{y_i}^2 - 1) + \frac{\Delta \mathbf{v}_{z_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{y_i} \cdot e_{z_i} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{z}_r} &= \frac{\Delta \mathbf{v}_{x_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{z_i} \cdot e_{x_i} + \frac{\Delta \mathbf{v}_{y_i}}{\rho_i^0} \cdot e_{z_i} \cdot e_{y_i} + \frac{\Delta \mathbf{v}_{z_i}}{\rho_i^0} \cdot (e_{z_i}^2 - 1) \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{x_r}} &= -e_{x_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{y_r}} &= -e_{y_i} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{z_r}} &= -e_{z_i} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \delta \dot{\mathbf{t}}_r} &= c \end{aligned} \quad (9)$$

$\Delta \mathbf{X}_r = [\Delta \mathbf{x}_r, \Delta \mathbf{y}_r, \Delta \mathbf{z}_r, \Delta \mathbf{v}_{x_r}, \Delta \mathbf{v}_{y_r}, \Delta \mathbf{v}_{z_r}, \Delta \delta \dot{\mathbf{t}}_r]^T$ 是接收机的状态改正量。组合观测方程的矩阵形式 $\mathbf{L}$ 和设计矩阵 $\mathbf{G}$ 分别为

$$\mathbf{L} = \mathbf{G} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_r \\ \Delta \mathbf{y}_r \\ \Delta \mathbf{z}_r \\ \Delta \mathbf{v}_{x_r} \\ \Delta \mathbf{v}_{y_r} \\ \Delta \mathbf{v}_{z_r} \\ \Delta \delta \dot{\mathbf{t}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\dot{\rho}_1} \\ \varepsilon_{\dot{\rho}_2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\dot{\rho}_k} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{X}_r + \varepsilon_{\dot{\rho}} \quad (10)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{x}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{y}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{z}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{v}_{x_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{v}_{y_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \mathbf{v}_{z_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \delta \dot{\mathbf{t}}_r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{x}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{y}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{z}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{x_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{y_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \mathbf{v}_{z_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \delta \dot{\mathbf{t}}_r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{x}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{y}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{z}_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{v}_{x_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{v}_{y_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \mathbf{v}_{z_r}} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \delta \dot{\mathbf{t}}_r} \end{bmatrix}_{m \times 7} \quad (11)$$

根据最小二乘法, 可得接收机位置、速度和钟漂的改正量为

$$\Delta \mathbf{X}_r = (\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{L} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{W}$ 是权阵, 常被定义为协方差阵的逆, 即 $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ 。当每颗卫星的测量误差 σ_i^2 不相关时, 协方差阵可以简化为单位阵 $\mathbf{P} = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_i^2, \dots, \sigma_m^2)$ 。继而, 更新接收机的状态向量为 $\mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{X}_r$, 并按照牛顿迭代法进行更新。

在接收机静止的情况下, 式(10)和式(11)可以简化为

$$\mathbf{L} = \mathbf{G} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_r \\ \Delta \mathbf{y}_r \\ \Delta \mathbf{z}_r \\ \Delta \delta \dot{\mathbf{t}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\dot{\rho}_1} \\ \varepsilon_{\dot{\rho}_2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\dot{\rho}_k} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{X}_r + \varepsilon_{\dot{\rho}} \quad (13)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial x_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial y_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial z_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \delta \dot{t}_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial x_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial y_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial z_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \delta \dot{t}_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial x_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial y_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial z_r} & \frac{\partial \dot{\rho}_m}{\partial \delta \dot{t}_r} \end{bmatrix}_{m \times 4} \quad (14)$$

此时, 仅需 4 颗卫星的多普勒观测信息便可完成定位解算。

多普勒单点定位算法的定位性能可以描述为^[26]

$$\sigma_{3D, \text{Doppler}} = \text{DDOP} \cdot \sigma_{\text{URE, Doppler}} \quad (15)$$

其中, $\sigma_{\text{URE, Doppler}}$ 是包含卫星端误差、空间段信号传播误差、接收机信号处理误差在内的用户测速误差, 单位为 m/s; 多普勒定位几何精度衰减因子 (Doppler Dilution of Precision, DDOP), 单位为 s, 可由式(16)计算得到

$$\text{DDOP} = \sqrt{\text{tr}[(\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{G})^{-1}]} \quad (16)$$

根据卫星的对地运行速度和轨道高度, 可以估算出 GNSS-DDOP 的量级为 10^4 , LEO-DDOP 的量级为 10^2 。因此, 在用户测速误差相当时, 低轨卫星多普勒定位精度将优于 GNSS 多普勒定位精度。

2 数据来源和仿真策略

2.1 星座构型和星历仿真

Iridium Next、OneWeb、Starlink 等星座大都为 Walker 型圆轨道星座^[27], 其卫星均匀地分布在轨道倾角、离心率、半长轴和近地点角距均相同的轨道平面上。其余轨道参数可以用 $N/P/F$ 描述, 分别是总卫星颗数、轨道平面个数、相邻轨道面相对位置的卫星之间的相位参数, 取值范围为 $(0, P-1)$ 。每个轨道面的升交点赤经和每颗卫星的平近点角可以通过式(17)得到

$$\Omega_i = \frac{2\pi}{P}(i-1) \quad (17)$$

$$M_{ij} = \frac{2\pi}{N}F(i-1) + \frac{2\pi}{N/P}(j-1) \quad (18)$$

其中, Ω_i 是第 i 个轨道面的升交点赤经, M_{ij} 是第 i 个轨道面上第 j 颗卫星的平近点角。

以 Starlink 第一阶段的星座构型为例, 根据 SpaceX 向美国联邦通信委员会提交的相关申请, 其第一阶段拟发射 1.2 万颗卫星。这些卫星分布在 8 个不同的轨道壳上^[28]。其中, 第一层卫星总数目为 1 584 颗卫星, 平均分布在轨道倾角为 53° 、轨道高度为 550 km 的 72 个轨道面上。

这 1 584 颗倾斜轨道卫星实现了对中低纬度人口密集区域的覆盖。第二层基本配置同第一层一致, 但是轨道倾角和高度略有不同, 分别是 53.2° 和 540 km。第三层增加了轨道倾角为 70° 、轨道高度为 570 km 的 720 颗卫星, 轨道面个数为 36 个。第四、五层卫星增加了轨道倾角为 97.6° 的近极轨道卫星, 增加了对高纬度地区的覆盖。这些近极轨道卫星共 520 颗, 轨道高度为 560 km。至此, 前五层共 4 408 颗卫星实现了对地全覆盖。后三层拟部署 7 518 颗轨道倾角为 $42^\circ \sim 53^\circ$ 的极低轨道卫星 (轨道高度约为 340 km), 进一步增强对地球表面中低纬度地区的覆盖。SpaceX 已发射 4 000 多颗卫星, 前述研究^[28]表明, 卫星颗数增加到 4 000 颗后, 再增加卫星数量对定位结果的提升效果并不显著。本文仅考虑第一层由 1 584 颗倾斜轨道卫星组成的星座。

星历仿真的基本流程: 先根据表 1 的星座参数和 Walker 型星座的参数计算公式得到每颗卫星的初始轨道六根数; 然后通过轨道力模型计算得到卫星在任意时刻的位置和速度。其中, 轨道力模型包括 N 体摄动 (JPL DE405)^[29]、 100×100 阶重力场模型^[30]、太阳辐射光压^[31]、DTM94 大气阻力模型^[32]和相对论效应^[24]等。最后, 在仿真中添加随机噪声来模拟真实的轨道误差。在卫星钟差的仿真中, 本研究假设所有低轨卫星均搭载芯片级原子钟 (Chip Scale Atomic Clocks, CSAC), 且在 100 min 内的稳定性约为 1×10^{-12} s/s^[33]。卫星钟用多项式模型表示为^[34]

$$\delta t^s = a_0 + a_1(t-t_0) + \frac{1}{2}a_2(t-t_0)^2 + \psi(t) \quad (19)$$

式中 δt^s 代表钟的变化, a_0 、 a_1 和 a_2 分别代表 t_0 时刻的钟差、钟漂和频漂, $\psi(t)$ 是随机噪声。在星历仿真中, 高阶项 a_2 被忽略, a_0 和 a_1 的标准方差分别设置为 $1 \mu\text{s}$ 和 10^{-12} s/s。

2.2 地面观测数据仿真

1 584 颗倾斜轨道卫星组成的星座仅实现了对地球表面中低纬度地区的覆盖, 因此本研究选取中低纬度地区, 高度为 100 m 的观测站。在纬度分别为 45°N 、 30°N 、 15°N 、 0° 、 -15°S 、 -30°S 和 -45°S 的 7 条纬度带上, 均匀选取经度分别为 80°W 、 40°E 、 160°E 的 3 个观测站。

观测值的仿真流程实际上是定位解算的逆过程: 首先由卫星星历及观测站位置计算得到星地间几何距离; 然后利用各类误差模型计算得到相应的误差改正数以模拟实际情况下的各类误差; 最后添加随机噪声模拟测量误差并使仿真结果逼近真实值。其中, 对流层误差使用 Saastamoinen 模型、GPT3 气象参数和 VMF3 投影函数。考虑到低轨卫

表 1 数据仿真策略与多普勒定位解算策略

对比项	仿真策略	多普勒定位解算策略
仿真时间	2020 年 2 月 1 日 1:30-22:30, 时间间隔为 30 s	
信号频率	5 GHz、7 GHz (C 频段)	
截止高度角	5°	
卫星轨道	初始轨道参数+轨道力模型+随机噪声	从星历中获取
卫星钟的钟漂	多项式模型, a_0 和 a_1 的标准方差分别设置为 $1\ \mu\text{s}$ 和 $10^{-12}\ \text{s/s}$	从星历中获取
相对论效应	式 (6)	公式改正
萨格纳克效应	式 (7)	公式改正
对流层延迟变化率	Saastamoinen 模型 + GPT3 气象参数+ VMF3 投影函数, 历元间差分 (0.1 s)	Saastamoinen 模型改正
电离层延迟变化率	NeQuick-G 电离层模型, 历元间差分 (0.1 s)	模型改正
接收机位置	观测站静止	未知参数估计
接收机钟的钟漂	标准方差设置为 $10^{-6}\ \text{s/s}$	未知参数估计

星运行在电离层中, 二维模型 Klobuchar 不再适用, 故电离层误差仿真使用三维 NeQuick-G^[35]模型。电离层和对流层延迟分别由上述模型计算得到, 延迟变化率可以通过直接对模型求导法或历元间差分法得到。求导法对电离层和对流层模型的精确度要求较高, 且要求模型必须是观测时间的函数。电离层和对流层的历元间差分法分别可以表示为

$$\dot{I}_r^s = \frac{I_r^s(t + \Delta t) - 2I_r^s(t) + I_r^s(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (20)$$

$$\dot{T}_r^s = \frac{T_r^s(t + \Delta t) - 2T_r^s(t) + T_r^s(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (21)$$

其中, t 为当前时刻 (历元), Δt 为采样时间间隔。实际上, 式 (20) ~ 式 (21) 求取的是一段时间内的延迟变化率的平均值。 Δt 越小, 得到的延迟变化率越精确, 在仿真中取 0.1 s。多普勒观测的随机误差设置为方差为 $0.1\ \text{Hz}^{[36]}$ 的零均值高斯白噪声。

早期的低轨星座大都工作在 VHF/L/S 等较低频段, 这些较低频段的信号将受到较大的电离层延迟影响。近期的大规模低轨星座出于大带宽、高信噪比和抗干扰等原因多使用 Ku/Ka/V 等高频段的信号, 但是这些高频信号会受到更加明显的自由空间损耗和雨衰等的影响^[37-38]。综合考虑电离层和自由空间损耗的影响, 本研究中均假设卫星在 C 频段工作, 双频信号分别为 5 GHz 和 7 GHz。

3 低轨卫星多普勒定位性能分析

3.1 多普勒单点定位性能

采用表 1 所示的数据仿真策略与多普勒定位解算策

略, 分析观测站的多普勒单点定位性能。其中电离层和对流层延迟变化率通过历元间差分法得到, 接收机的位置和钟漂视作未知参数估计。统计时段为 2020 年 2 月 1 日 1:30-22:30, 历元间隔为 30 s, 共计 2 521 个历元。

统计 1 584 颗卫星时 21 个观测站一天的多普勒单点定位结果, 对一天内 2 521 个历元的定位结果取平均得到日均 DDOP、可见卫星数和三维定位均方根 (Root Mean Square, RMS)。如图 1 所示, 横坐标为观测站的纬度, 纬度为正表示北纬, 纬度为负表示南纬, 每个纬度带上有 3 个经度不同的观测站; 纵坐标从上到下依次为该观测站一天内的日均 DDOP、可见卫星数和三维定位 RMS。

从图 1 中可以看到, 不同纬度观测站的日均 DDOP、可见卫星数与定位误差均不相同, 且存在明显的纬度相关性: 纬度相同, 经度不同的 3 个观测站的日均 DDOP、可见卫星数与三维定位 RMS 基本一致; 经度相同、纬度不同的观测站的 3 个指标差异较大; 在纬度上呈现南北纬对称特性。具体表现为, 中纬度 (45°) 观测站的可见卫星数有 60 多颗, 日均 DDOP 约为 130, 三维定位 RMS 优于 3 m。纬度为 30°的观测站可见卫星数约为 45 颗, 日均 DDOP 约为 175, 三维定位 RMS 约为 4 m。低纬度 (0°和 15°) 地区观测站的可见卫星数减少为 35 颗左右, 日均 DDOP 在 200~300, 三维定位 RMS 在 4~6 m。这种纬度差异性与星座构型密切相关。由于 1 584 颗卫星的轨道倾角均为 53°, 因此该星座对中纬度地区观测站的覆盖性优于对低纬度地区的覆盖性。综上, 大规模低轨星座多普勒定位精度可达米级, 这与 GNSS 中基于伪距的单点定位精度相当。而多普勒定位算法的优势在于多普勒信息测量和获取的便利性, 更适用于大规模低轨互联网星座。

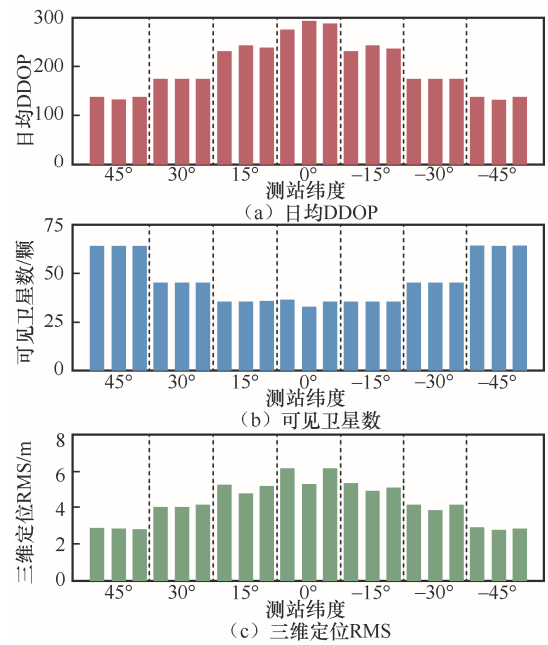


图 1 观测站的日均 DDOP、可见卫星数与定位误差

此外，还可以看到日均 DDOP 和可见卫星数呈现明显的负相关特性：当可见卫星数减少时，对应的日均 DDOP 变大。三维定位 RMS 和日均 DDOP 呈现出明显的正相关特性：日均 DDOP 越大，对应的三维定位 RMS 越大。随着大规模低轨星座的不断发展，未来地面观测站观测到的可见卫星数将不断增加。研究表明^[28]，可见卫星数增加到一定数量后，其对 DDOP 和定位精度的提升效果趋于平稳。因此，在大规模低轨星座下，需要在通过选星等策略实现几何观测构型和定位精度改善的同时，平衡终端在卫星跟踪和定位解算过程中的信息处理压力。

3.2 卫星轨道误差对定位性能的影响

低轨卫星绕地球的运行速度约为 7.5 km/s, 远大于中高轨道 GNSS 卫星的 3.9 km/s, 使得其相对地面的几何位置变化更快。这一特点在给地面观测带来增益（如加速高精度定位的收敛速度、多普勒效应更加明显等）的同时，也给低轨卫星的精密轨道确定带来了难度，从而使得多普勒定位算法对低轨卫星的轨道误差更加敏感。随着精密定轨技术的发展，如今大多数低轨卫星都可以通过融合星载 GNSS、激光星间链路（Inter Satellite Link, ISL）、卫星激光测距（Satellite Laser Ranging, SLR）等观测提高轨道精度，可以预见未来低轨星座运营商可提供远优于 TLE 轨道精度的轨道产品。然而，不同的低轨卫星轨道误差对多普勒定位精度的影响尚缺少数值论证。为分析不同量级的轨道误差给定位带来的影响，本

文在仿真中对卫星的位置和速度添加不同量级的误差，统计观测站（15°N，80°W，100 m）不同量级的轨道误差对定位性能的影响见表 2，其中 N（north）、E（east）、U（up）分别代表北、东、天 3 个方向。

表 2 不同量级的轨道误差对定位性能的影响

位置 误差/m	速度误差/ (m·s ⁻¹)	RMS-N/m	RMS-E/m	RMS-U/m	RMS-3D /m
0	0	1.38	2.92	4.07	5.20
0.03	0	1.38	2.92	4.07	5.20
0	0.003	1.38	2.95	4.09	5.23
3	0	1.60	3.52	4.364	5.83
0	0.03	1.75	3.93	5.109	6.68
30	0	8.20	18.78	18.26	27.44
0	0.3	10.95	25.83	29.02	40.36
300	0	80.28	178.17	183.81	268.28
0	3	108.83	255.69	286.72	399.29
3 000	0	790.07	1 865.39	1 773.16	2 692.22
0	30	1 085.34	2 561.02	2 842.69	3 977.15

如表 2 所示，当位置误差和速度误差分别优于 3 m 和 3 cm/s 时，多普勒定位结果并未明显变差。当位置误差和速度误差分别为 30 m 和 0.3 m/s 时，定位误差放大为原来的 5.28 倍和 7.77 倍。300 m 的位置误差和 3 m/s 的速度误差将使得定位结果变差到原来的约 $\frac{1}{60}$ 。3 km 的位置误差和 30 m/s 的速度误差下，定位误差可达 3 km。当前研究中，低轨卫星的轨道信息多通过 TLE 和 SGP4 轨道传播模型得到，但当轨道传播时间超过 TLE 文件生成时间 2 天左右时，预测得到的卫星位置误差将在 2~3 km^[21]，对应的定位误差将被放大约 600 倍。因此，在不添加其他误差的情况下，为保证低轨卫星多普勒定位可以实现米级定位精度，低轨卫星的轨道和速度精度应为米级每秒或厘米级每秒。

3.3 电离层误差对定位性能的影响

本节分析信号传播过程中受到的电离层误差对定位性能的影响。观测站的位置坐标为（13.74°N，100.53°E，74.3 m），信号频率分别为 C 频段的 5 GHz 和 7 GHz。仿真观测共有两种：一是在仿真观测值时不加入电离层延迟；二是在仿真观测值时加入基于 NeQuick-G 模型计算得到的电离层延迟，并通过历元间差分法得到电离层延迟变化率。随后，采用不同策略对观测值进行解算，以探讨多普勒定位时电离层误差的影响并修正。C 频段信号的电离层误差对多普勒定位的影响如图 2 所示。

结果表明，当观测中有电离层误差，但在定位解算

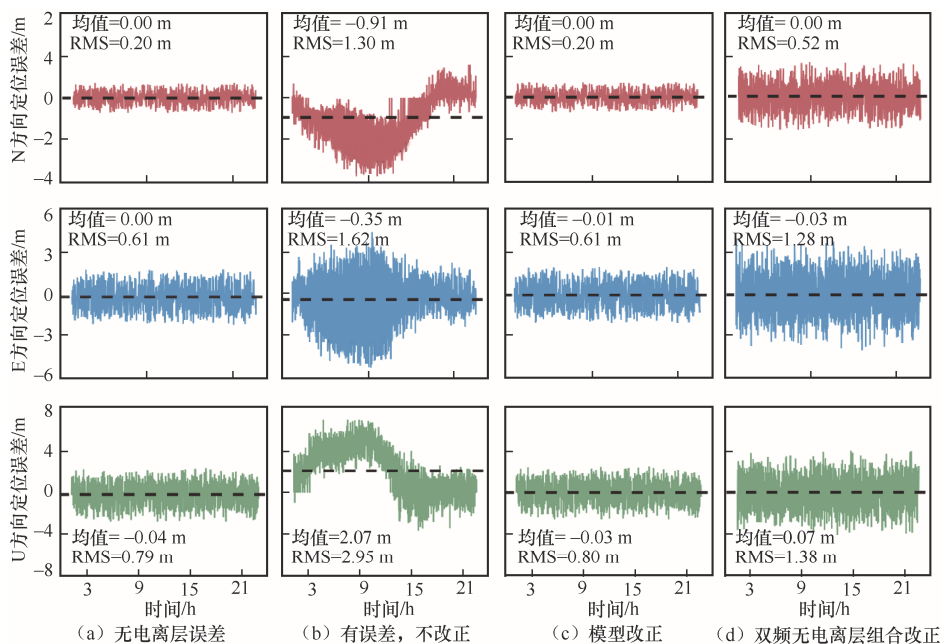


图 2 C 频段信号的电离层误差对多普勒定位的影响

中未做改正时,多普勒定位将在 3 个方向上均产生较为明显的偏移,其中 U 方向上的偏移量高达 2 m。3 个方向上的三维定位 RMS 也均变大,三维定位结果变差。在定位解算中采用 NeQuick-G 模型改正后,多普勒定位精度与无电离层误差时一致。使用双频无电离层组合改正后,电离层误差被消除(3 个方向上的均值均接近 0);但三维定位 RMS 仍差于图 2(a) 无电离层误差和图 2(c) 模型改正的结果,这是因为双频无电离层组合会放大多普勒观测中添加的随机噪声^[39-40],从而使得定位结果变差。

3.4 对流层误差对定位性能的影响

为分析对流层误差对不同纬度观测站的定位性能的影响,统计观测站的定位结果,如图 3 所示。在仿真对流层误差时,对流层延迟变化率是通过对流层延迟变化量在相邻历元间差分得到的,对流层延迟是通过 Saastamoinen 模型、GPT3 气象参数和 VMF3 投影函数计算得到的。

结果表明,加入对流层误差后,在多普勒定位解算中若不做改正,将在 3 个方向上均产生误差。其中, U 方向上受到的影响最大,定位误差相比于没有对流层误差时增加了 20~60 m。在多普勒定位解算中使用 Saastamoinen 和 Hopfield 模型均能有效改正正在仿真中添加的对流层误差。由于不同模型之间存在的差异性,用 Hopfield 模型的改正效果没有使用 Saastamoinen 模型的改正效果好。

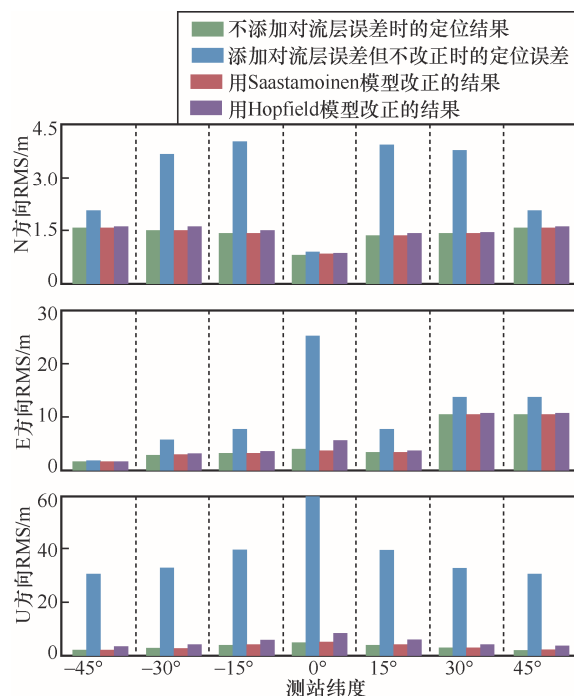


图 3 对流层延迟变化率对多普勒定位的影响

3.5 多普勒定位算法对接收机位置初值误差的敏感性

在 GNSS 定位中,即使接收机的初始位置设为 0,迭代算法仍能收敛到地球表面的真实接收机位置。但在低轨卫星定位中并非如此,原因是低轨卫星的轨道高度远小于 GNSS 卫星的轨道高度,若接收机的初值设置不合理,多次迭代后有可能收敛到地球内部或其他错误位置,使得定

位解算过程对接收机的初始位置估计误差较为敏感。例如，在当前研究^[10,18-19]中，当使用 Orbcomm 卫星（轨道高度 825 km）、Iridium Next 卫星（轨道高度 780 km）时，接收机的初始位置估计误差往往被设置为 20~200 km。本节通过计算观测站在不同初始位置估计误差下的多普勒定位结果来分析低轨卫星多普勒定位算法对接收机初始位置估计的敏感性。初值误差的设置方法为在地心地固（Earth-Centred Earth-Fixed, ECEF）坐标系中，在观测站的真实位置坐标上叠加不同量级的误差。如表 3 所示，设置了 45 种初值误差级别。误差级别 1~4 分别为 0.01 km、0.1 km、1 km 和 10 km；误差级别 5~7 分别为 100 km、200 km 和 300 km；误差级别 8~13 分别为 350 km、360 km、370 km、380 km、390 km、400 km；误差级别 14~45 为从 405 km 线性增加到 560 km，增长幅度为 5 km。

在上述误差级别下，统计纬度不同的 4 个观测站在 2020 年 2 月 1 日 1:30-22:30 时间段内的定位误差及有解的历元个数，时间间隔为 30 s，共计 2 521 个历元。观测站高度均为 100 m，经度均为 40°E，纬度依次为 0°、15°N、30°N 和 45°N。如图 4 所示，在给定的 45 种误差级别中，北纬 30°观测站的定位误差和有解的历元个数并没有随着接收机初值误差的增加而变少。而北纬 45°观测站在初值误差大于 425 km（对应误差级别为 18）后，有解的历元个数开始下降；当初值误差大于 500 km（对应第 33 级误差）后，超过一半的历元无法收敛到正确的接收机位置。北纬 15°观测站在初值误差为 200 km（对应第 6 级误差）时，有解的历元个数小于 2 000 个；初值误差大于 350 km（对应误差级别为 8）后，超过 30%的历元不能收敛到真实的接收机位置；初值误差大于 510 km（对应第 35 级误差）后，超过 50%的历元无解，三维定位 RMS 也随之变差。赤道上的观测站多普勒定位结果受接收机初值误差的影响最大，当初值误差为 10 km 时，有解的历元个数就已经减少到 2 000 以下；当初值误差为 300 km（对应误差级别为

7）时，只剩下不到 500 个历元能够收敛到正确的接收机位置。因此，当使用 550 km 轨道高度的低轨卫星多普勒定位时，为保证不同纬度的观测站使用 550 km 轨道高度的低轨卫星多普勒定位时，有至少 50%的历元能够收敛到正确的接收机位置，接收机的初值误差应不大于 300 km。通常，通过卫星星下点位置估计、地图匹配，或通过通信基站获取到的接收机概略位置精度为几十米到几千米，可以满足初始位置的精度要求，但在森林或者沙漠地区，由于信号遮挡和基站稀疏等因素，尚未有较好的解决方案。

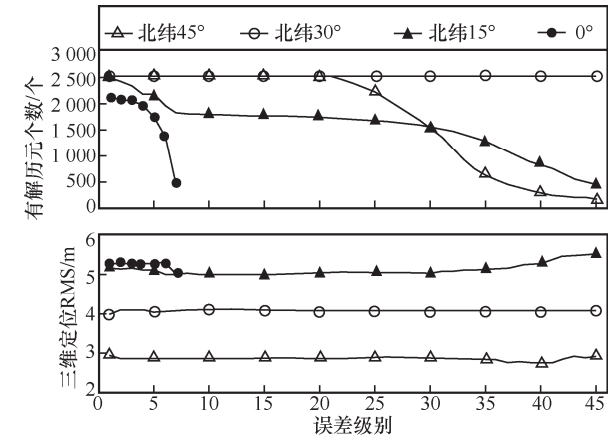


图 4 不同初值误差下的低轨卫星多普勒定位结果

4 结束语

随着科学技术的发展，低轨互联网星座已成为大国科技竞争的下一热点。低轨星座在信号强度、运动特性、鲁棒性等方面的优势，使得其有望成为综合 PNT 系统的增量，既可以增强 GNSS，又可以作为 GNSS 的补充和备份。本文提出了一种基于大规模低轨星座的多普勒单点定位算法，能够利用同一历元观测到的多颗卫星的多普勒频移实现对接收机位置、速度和钟漂的同时解算。本文使用 Starlink 第一层轨道高度为 550 km 的 1 584 颗卫星组成的星座来分析典型大规模低轨星座下的多普勒定位性能。仿

表 3 观测站初值误差级别

级别	误差/km	级别	误差/km	级别	误差/km	级别	误差/km	级别	误差/km
1	0.01	10	370	19	430	28	475	37	520
2	0.1	11	380	20	435	29	480	38	525
3	1	12	390	21	440	30	485	39	530
4	10	13	400	22	445	31	490	40	535
5	100	14	405	23	450	32	495	41	540
6	200	15	410	24	455	33	500	42	545
7	300	16	415	25	460	34	505	43	550
8	350	17	420	26	465	35	510	44	555
9	360	18	425	27	470	36	515	45	560

真结果表明,低轨星座多普勒单点定位的 DDOP 为 100~300,定位误差为 3~6 m,与 GNSS 中基于伪距的单点定位精度相当。对大规模低轨星座多普勒定位误差源的分析表明,其对低轨卫星的轨道误差、信号传播过程中的电离层和对流层误差较为敏感。为保证米级的定位精度,低轨卫星的位置精度和速度精度应为米级每秒或厘米级每秒。C 频段信号受到的电离层延迟变化率给多普勒定位带来的误差约为 2 m,使用双频无电离层组合改正后可以消除电离层误差,但随机噪声会被放大。在多普勒定位解算中,若不改正对流层延迟变化率,观测站的定位精度将变差几十米。由于轨道高度的限制,低轨卫星多普勒定位算法对接收机的初始位置估计误差较为敏感。使用 550 km 轨道高度的低轨卫星多普勒定位时,接收机的初值误差应小于 300 km,才能保证至少有 50% 的历元能够收敛到正确的接收机位置。

参考文献:

- [1] REID T G R, NEISH A M, WALTER T, et al. Broadband LEO constellations for navigation[J]. *Navigation*, 2018, 65(2): 205-220.
- [2] 田润, 崔志颖, 张爽娜, 等. 基于低轨通信星座的导航增强技术发展概述[J]. *导航定位与授时*, 2021, 8(1): 66-81.
TIAN R, CUI Z Y, ZHANG S N, et al. Overview of navigation augmentation technology based on LEO[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2021, 8(1): 66-81.
- [3] IANNUCCI P A, HUMPHREYS T E. Economical fused LEO GNSS[C]//*Proceedings of 2020 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*. Piscataway: IEEE Press, 2020: 426-443.
- [4] 蒙艳松, 严涛, 边朗, 等. 基于低轨互联网星座的全球导航增强: 机遇与挑战[J]. *导航定位与授时*, 2022, 9(1): 12-24.
MENG Y S, YAN T, BIAN L, et al. LEO broadband satellite constellations based global navigation augmentation: opportunity and challenge[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2022, 9(1): 12-24.
- [5] 张雨露, 范磊, 刘江梅, 等. 商业低轨通信星座纳入国家综合 PNT 体系的可行性分析[J]. *导航定位学报*, 2022, 10(2): 26-36.
ZHANG Y L, FAN L, LIU J M, et al. Feasibility analysis of commercial broadband LEO constellation incorporated into the national comprehensive PNT system[J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2022, 10(2): 26-36.
- [6] 曾添, 隋立芬, 贾小林, 等. 小型化 LEO 星座与 BDS-3 全星座联合定轨仿真[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2022, 47(1): 61-68.
ZENG T, SUI L F, JIA X L, et al. Simulation of combined orbit determination with a small LEO constellation and BDS-3 full constellation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(1): 61-68.
- [7] 蒙艳松, 边朗, 王瑛, 等. 基于“鸿雁”星座的全球导航增强系统[J]. *国际太空*, 2018(10): 20-27.
MENG Y S, BIAN L, WANG Y, et al. Global navigation augmentation system based on hongyan satellite constellation[J]. *Space International*, 2018(10): 20-27.
- [8] LI X X, MA F J, LI X, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(5): 749-764.
- [9] LAWRENCE D, COBB H S, GUTT G, et al. Test results from a LEO-satellite-based assured time and location solution[C]//*Proceedings of the 2016 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*. [S.l.:s.n.], 2016: 125-129.
- [10] ORABI M, KHALIFE J, KASSAS Z M. Opportunistic navigation with Doppler measurements from iridium next and orbcomm LEO satellites[C]//*Proceedings of 2021 IEEE Aerospace Conference (50100)*. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-9.
- [11] KERSHNER R B, NEWTON R R. The transit system[J]. *Journal of Navigation*, 1962, 15(2): 129-144.
- [12] ANDERLE R J. Accuracy of geodetic solutions based on Doppler measurements of the Navstar global positioning system satellites[J]. *Bulletin Géodésique*, 1979, 53(2): 109-116.
- [13] CHEN X, GAO W Y, WAN Y H. Revisiting the Doppler filter of LEO satellite GNSS receivers for precise velocity estimation[J]. *Journal of Electronics (China)*, 2013, 30(2): 138-144.
- [14] JAYLES C. DORIS/Jason-2: better than 10 cm on-board orbits available for Near-Real-Time Altimetry[J]. *Advances in Space Research*, 2010, 46(12): 1497-1512.
- [15] BENZERROUK H, NGUYEN Q, FANG X X, et al. LEO satellites based Doppler positioning using distributed nonlinear estimation[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2019, 52(12): 496-501.
- [16] TAN Z Z, QIN H L, CONG L, et al. New method for positioning using IRIDIUM satellite signals of opportunity[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 83412-83423.
- [17] NEINAVAIE M, KHALIFE J, KASSAS Z M. Blind Doppler

- tracking and beacon detection for opportunistic navigation with LEO satellite signals[C]//Proceedings of 2021 IEEE Aerospace Conference (50100). Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-8.
- [18] KHALIFE J J, KASSAS Z M. Receiver design for Doppler positioning with Leo satellites[C]//Proceedings of ICASSP 2019 - 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2019: 5506-5510.
- [19] FARHANGIAN F, LANDRY R J. Multi-constellation software-defined receiver for Doppler positioning with LEO satellites[J]. *Sensors*, 2020, 20(20): 5866.
- [20] NEINAVAIE M, KHALIFE J, KASSAS Z M. Acquisition, Doppler tracking, and positioning with starlink LEO satellites: first results[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(3): 2606-2610.
- [21] VALLADO D, CRAWFORD P. SGP4 orbit determination[C]//Proceedings of AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. Reston, Virginia: AIAA, 2008.
- [22] PSIAKI M L. Navigation using carrier Doppler shift from a LEO constellation: transit on steroids[J]. *NAVIGATION*, 2021, 68(3): 621-641.
- [23] BRAASCH M S, VAN DIERENDONCK A J. GPS receiver architectures and measurements[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1999, 87(1): 48-64.
- [24] PETIT G, LUZUM B. IERS Conventions (2010)[S]. IERS Technical Note No. 36. Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Germany, 2010.
- [25] GULKLETT M. Relativistic effects in GPS and LEO[D]. Copenhagen: University of Copenhagen, 2003.
- [26] MORALES-FERRE R, LOHAN E S, FALCO G, et al. GDOP-based analysis of suitability of LEO constellations for future satellite-based positioning[C]//Proceedings of 2020 IEEE International Conference on Wireless for Space and Extreme Environments (WiSEE). Piscataway: IEEE Press, 2020: 147-152.
- [27] WALKER J. Satellite constellations[J]. *Journal of the British Interplanetary Society*, 1984, 37(12): 559-571.
- [28] ZHANG Y, LI Z, SHI C, et al. Analysis of positioning performance and GDOP based on Starlink LEO constellation[C]//China Satellite Navigation Conference. [S.l.:s.n.], 2022.
- [29] STANDISH E. JPL planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405, JPL Interoffice Memorandum IOM 312, F-98-048[D]. Los Angeles: Jet Propulsion Laboratory, 1998.
- [30] REIGBER C, SCHMIDT R, FLECHTNER F, et al. An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: eigen-GRACE02S[J]. *Journal of Geodynamics*, 2005, 39(1): 1-10.
- [31] ZIEBART M. Generalized analytical solar radiation pressure modeling algorithm for spacecraft of complex shape[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2004, 41(5): 840-848.
- [32] BERGER C, BIANCALE R, ILL M, et al. Improvement of the empirical thermospheric model DTM: DTM94 - a comparative review of various temporal variations and prospects in space geodesy applications[J]. *Journal of Geodesy*, 1998, 72(3): 161-178.
- [33] REID T G R, NEISH A M, WALTER T F, et al. Leveraging commercial broadband LEO constellations for navigation[C]//The 29th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2016). Portland, Oregon: Institute of Navigation, 2016: 2300-2314.
- [34] TAVELLA P. Statistical and mathematical tools for atomic clocks[J]. *Metrologia*, 2008, 45(6): S183-S192.
- [35] ARAGON-ANGEL A, ZÜRN M, ROVIRA-GARCIA A. Galileo ionospheric correction algorithm: an optimization study of NeQuick-G[J]. *Radio Science*, 2019, 54(11): 1156-1169.
- [36] JIANG M Y, QIN H L, ZHAO C, et al. LEO Doppler-aided GNSS position estimation[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(1): 31.
- [37] IRSIGLER M, HEIN G, EISSFELLER B, et al. Aspects of C-band satellite navigation: signal propagation and satellite signal tracking[C]//Proceedings of the European Navigation Conference ENC-GNSS2002. [S.l.:s.n.], 2002.
- [38] MA F J, ZHANG X H, HU J H, et al. Frequency design of LEO-based navigation augmentation signals for dual-band ionospheric-free ambiguity resolution[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(2): 53.
- [39] YAN W, LI Z S, LI D H, et al. Evaluation of precise point positioning algorithm based on original dual-frequency GPS code and carrier-phase observations[C]//Proceedings of 2011 International Conference on Electric Information and Control Engineering. Piscataway: IEEE Press, 2011: 3244-3247.
- [40] BOLLA P, BORRE K. Performance analysis of dual-frequency receiver using combinations of GPS L1, L5, and L2 civil signals[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(3): 437-447.

[作者简介]



张雨露（1997—），女，北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院博士生，主要研究方向为低轨卫星高精度定轨与多普勒定位算法。



施闯（1968—），男，博士，北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院教授，主要从事北斗高精度定位导航授时等方面的科研、教学工作。



李桢（1989—），男，博士，北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院助理研究员，主要研究方向为航天器辐射光压建模、精密定轨及空间碎片预警等。



景贵飞（1968—），男，博士，北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院研究员，主要从事北斗系统、导航与位置服务等方面的科研、教学工作。